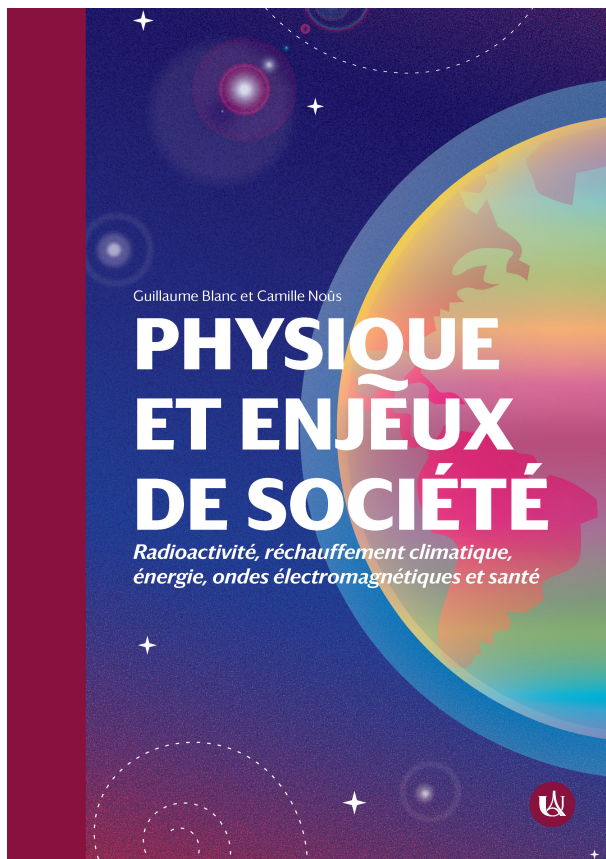




Guillaume BLANC
& Camille Noûs

Physique et enjeux
de société

[https://doi.org/10.53480/
physique-societe.b046](https://doi.org/10.53480/physique-societe.b046)

Université Paris Cité

Publié sous licence
Creative Commons CC BY

© Guillaume BLANC 2023



Ouvrage publié sous licence Creative Commons Attribution License CC BY (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>), qui autorise sans restrictions l'utilisation, la diffusion, et la reproduction sur quelque support que ce soit, sous réserve que la publication originale soit correctement citée : BLANC Guillaume & Noûs Camille, *Physique et enjeux de société* (Université Paris Cité, 2023). <https://doi.org/10.53480/physique-societe.b046>

La licence CC BY s'applique à l'ensemble de l'ouvrage sauf mentions contraires.

- La licence CC BY ne s'applique pas aux images reproduites avec la permission d'un tiers et soumises au droit d'auteur. Les images concernées sont identifiables par la mention en légende, du symbole © suivi de la désignation de l'ayant droit.
- Si une image est soumise à un autre régime de licence, celui-ci est mentionné en légende.

©©© CC BY-SA	https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/
©©© CC BY-NC	https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/
©©© CC BY-NC-ND	https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/
©©© CC BY-NC-SA	https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/
©© CC0 (domaine public)	https://creativecommons.org/publicdomain/zero/1.0/
Licence Ouverte	https://www.etalab.gouv.fr/licence-ouverte-open-licence/

Note de l'éditeur : ce manuel comporte un ensemble d'hyperliens vers des pages de sites internet. Leur validité ainsi que l'accès aux informations correspondantes ont été contrôlés en date du 1er février 2023.

Annexe D

Puissance géothermique

BLANC Guillaume & Noûs Camille, Quelques organismes internationaux pour le climat, in *Physique et enjeux de société* (Université Paris Cité, 2023). <https://doi.org/10.53480/physique-societe.077f16>



Dans cette annexe, nous estimons le flux d'énergie thermique provenant de la désintégration radioactive de radioisotopes présents naturellement dans la croûte et le manteau terrestre.

D.1 Décroissance radioactive

On peut estimer la puissance de l'énergie géothermique issue de la croûte terrestre et du manteau supérieur. Cette énergie, thermique, provient de la décroissance radioactive de quatre éléments présents dans la croûte terrestre depuis la formation de la Terre, il y a 4,543 milliards d'années : le thorium 232, l'uranium 238, l'uranium 235 et le potassium 40. La figure D.1 montre les filiations radioactives de ces noyaux. Comme c'est l'énergie totale de désintégration qui nous intéresse ici, on peut faire l'hypothèse que chacun de ces isotopes se désintègre directement vers l'isotope stable en bout de chaîne, car les périodes radioactives des noyaux fils sont très petites devant celles des noyaux pères. En revanche, il faut considérer la somme des énergies de désintégration de l'ensemble des noyaux de la chaîne. Pour chacun d'eux, la table des isotopes¹ fournit toutes les données, dont le « Q » de la réaction de décroissance, à savoir l'énergie de désintégration. En sommant toutes les énergies de décroissance de la chaîne, on obtient l'énergie de décroissance totale qui figure dans le tableau D.1, en plus d'autres caractéristiques.

Élément	Concentration croûte terrestre (kg/kg)	Concentration manteau supérieur (kg/kg)	Isotope	Abondance isotopique	Période radioactive (Ga)	Énergie de désintégration (Mev)
K	$2,09 \cdot 10^{-6}$	$3,10 \cdot 10^{-4}$	$^{40}_{19}\text{K}$	$1,17 \cdot 10^{-4}$	1,25	1,33
Th	$9,6 \cdot 10^{-6}$	$1,24 \cdot 10^{-7}$	$^{232}_{90}\text{Th}$	0,9998	14	47,76
U	$2,7 \cdot 10^{-6}$	$3,10 \cdot 10^{-8}$	$^{238}_{92}\text{U}$	0,9927	4,47	53,89
			$^{235}_{92}\text{U}$	0,0072	0,703	46,40

TABLE D.1 – Caractéristiques des isotopes radioactifs naturellement présents dans la croûte terrestre. Les concentrations massiques dans la croûte terrestre (continentale) sont tirées du site : https://fr.wikipedia.org/wiki/Abondance_des_éléments_dans_la_croûte_terrestre et issues de Haynes (2017) (p. 2402). Les concentrations dans le manteau supérieur proviennent de Turcotte & Schubert (2002) (p. 246).

1. <https://www-nds.iaea.org/relnsd/vcharthtml/VChartHTML.html>.

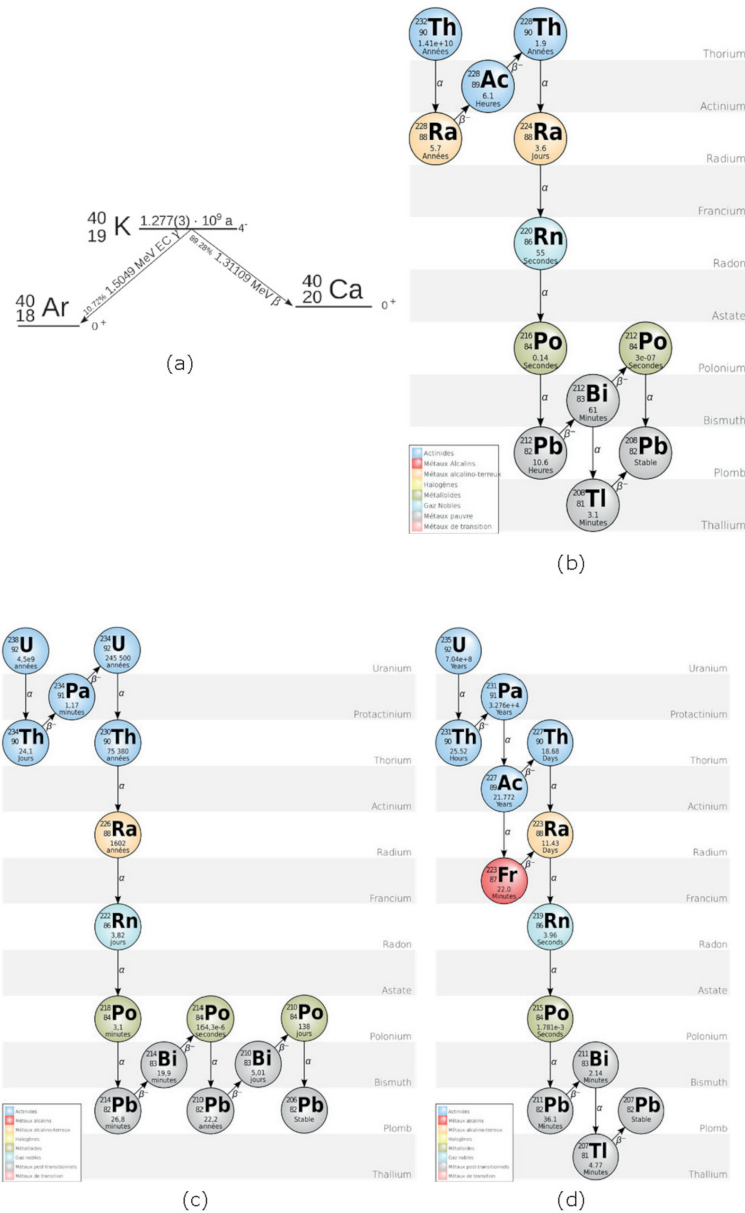


FIGURE D.1 – Schémas des filiations de décroissance radioactive des isotopes présents naturellement dans la croûte et le manteau terrestres. (a) Schéma de la filiation radioactive du potassium 40. Source : Wikipédia/Tubas-en, https://fr.wikibooks.org/wiki/Le_noyau_atomique/La_loi_de_désintégration_radioactive. CC BY-SA. (b) Schéma de la filiation radioactive du thorium 232. Source : Wikipédia/BatesIsBack, https://fr.wikipedia.org/wiki/Chaîne_de_désintégration. CC BY-SA. (c) Schéma de la filiation radioactive de l'uranium 238. Source : https://fr.wikipedia.org/wiki/Chaîne_de_désintégration. CC0. (d) Schéma de la filiation radioactive de l'uranium 235. Source : Wikipédia/Edgar.bonnet, https://fr.wikipedia.org/wiki/Chaîne_de_désintégration. CC BY-SA.

D'après la loi de décroissance radioactive (équation 2.1, p. 51), le nombre de noyaux dN se désintégrant pendant un intervalle de temps dt est donné par :

$$dN = -\frac{\ln 2}{T} N dt \quad (\text{D.1})$$

où T est la période radioactive et N est le nombre de noyaux à l'instant t .

Isotope	$P^{1 \text{ kg}}$ (W · kg ⁻¹)	$P_{\text{Turcotte}}^{1 \text{ kg}}$ (W · kg ⁻¹)	$P_{\text{Turcotte}}^{1 \text{ kg}}/P^{1 \text{ kg}}$
⁴⁰ ₁₉ K	5,61 · 10 ⁻⁵	2,92 · 10 ⁻⁵	0,52
²³² ₉₀ Th	3,10 · 10 ⁻⁵	2,64 · 10 ⁻⁵	0,85
²³⁸ ₉₂ U	1,07 · 10 ⁻⁴	9,46 · 10 ⁻⁵	0,89
²³⁵ ₉₂ U	5,92 · 10 ⁻⁴	5,69 · 10 ⁻⁴	0,96

TABLE D.2 – Puissances massiques émises par les isotopes radioactifs ($P^{1 \text{ kg}}$). Les valeurs de Turcotte & Schubert (2002) sont également données ($P_{\text{Turcotte}}^{1 \text{ kg}}$), ainsi que le rapport entre les valeurs de l’ouvrage et celles obtenues ici.

Pour connaître la puissance thermique issue de la décroissance radioactive, connaissant l’énergie relâchée sous forme thermique par une désintégration (tableau D.1), il suffit de connaître le nombre de désintégrations par seconde pour chaque isotope.

Ainsi la puissance thermique dégagée par un isotope est :

$$P = -E \frac{\Delta N}{\Delta t} = E \frac{\ln 2}{T} N_0$$

où E est l’énergie dégagée par une réaction de désintégration, et N_0 est le nombre de noyaux aujourd’hui. Il reste à estimer N_0 .

D.2 Puissance radioactive massique

On peut déjà calculer la puissance thermique pour chaque isotope par unité de masse (1 kg). Dans ce cas, on a :

$$N_0^{1 \text{ kg}} = \frac{1}{m_i}$$

où $m_i = M_i/\mathcal{N}$ est la masse de l’isotope considéré, M_i est sa masse molaire (en kg), et $\mathcal{N}$ est le nombre d’Avogadro. La puissance $P_i^{1 \text{ kg}}$ pour l’isotope i est calculée dans le tableau D.2 :

$$P_i^{1 \text{ kg}} = \frac{E_i \times \ln 2 \times \mathcal{N}}{T_i \times M_i} = 2,11 \cdot 10^{-3} \times \frac{E_i(\text{MeV})}{T_i(\text{Ga}) \times M_i(\text{g} \cdot \text{mol}^{-1})} \quad (\text{D.2})$$

La tableau D.2 présente les valeurs obtenues à l’aide de l’équation (D.2) avec celles données dans l’ouvrage de Turcotte & Schubert (2002) (p. 246), qui sont également celles de la page Wikipédia « Earth’s internal heat budget »².

D.3 Puissance surfacique de la croûte continentale

Pour déterminer le nombre de noyaux radioactifs (N_0) présent dans la croûte, il faut déterminer sa masse, en supposant que l’essentiel de la radioactivité en provient. Pour cela, il faut distinguer la croûte continentale et la croûte océanique, qui ont des caractéristiques différentes³ (voir le tableau D.3).

Considérons seulement la croûte continentale dans un premier temps.

2. https://en.wikipedia.org/wiki/Earth's_internal_heat_budget

3. La surface de la croûte continentale ne correspond pas à la surface des terres émergées (29 % de la surface terrestre), mais correspond à la définition géologique, qui inclut les plateaux continentaux et les fonds marins peu profonds. Sa surface est donc supérieure aux 29 % des terres émergées, elle est d’environ 41 % (Davies & Davies 2010).

	Fraction de la surface terrestre	Épaisseur moyenne	Masse volumique moyenne
Croûte continentale	$f_c = 0,41$	$h_c = 35 \text{ km}$	$\rho_c = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Croûte océanique	$f_o = 0,59$	$h_o = 6 \text{ km}$	$\rho_o = 2,9 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Manteau supérieur	$f_m = 1,00$	$h_m = 400 \text{ km}$	$\rho_m = 3,3 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

TABLE D.3 – Caractéristiques de la partie supérieure de l'enveloppe terrestre.

Dans ce cas, le nombre de noyaux de l'isotope i , par unité de surface terrestre, est donné par :

$$\frac{N_i}{S^c} = \frac{A_i \times m^c}{m_i}$$

où S^c est la surface de croûte continentale, A_i est l'abondance isotopique massique, m^c est la masse continentale de l'unité de surface et m_i est la masse d'un isotope. On a :

$$m^c = \rho^c \times h^c$$

où ρ^c est la masse volumique de la croûte continentale, et h^c est son épaisseur. Et :

$$m_i = \frac{M_i}{\mathcal{N}}$$

Ce qui donne :

$$\frac{N_i}{S^c} = A_i \times \frac{\mathcal{N}}{M_i} \times \rho^c \times h^c$$

D'où la puissance surfacique produite par l'isotope i :

$$\frac{P_i}{S^c} = E_i \frac{\ln 2}{T_i} \times A_i \frac{\mathcal{N}}{M_i} \times \rho^c \times h^c$$

Et celle, P^c , pour l'ensemble des quatre isotopes considérés sur la surface continentale S^c :

$$\frac{P^c}{S^c} = \left(\sum_{i=1}^4 \frac{E_i \times A_i}{T_i \times M_i} \right) \mathcal{N} \times \ln 2 \times \rho^c \times h^c$$

Numériquement, cela donne :

$$\begin{aligned} \frac{P^c}{S^c} = & \left(\underbrace{\frac{1,33 \cdot 10^6 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 20900 \cdot 10^{-6} \times 117 \cdot 10^{-6}}{1,25 \cdot 10^9 \times 365,25 \times 24 \times 3600 \times 40 \cdot 10^{-3}}}_{^{40}_{19}\text{K}} + \underbrace{\frac{47,76 \cdot 10^6 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 9,6 \cdot 10^{-6}}{14 \cdot 10^9 \times 365,25 \times 24 \times 3600 \times 232 \cdot 10^{-3}}}_{^{232}_{90}\text{Th}} \right. \\ & \left. + \underbrace{\frac{53,89 \cdot 10^6 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 2,7 \cdot 10^{-6} \times 0,9927}{4,47 \cdot 10^9 \times 365,25 \times 24 \times 3600 \times 238 \cdot 10^{-3}}}_{^{238}_{92}\text{U}} + \underbrace{\frac{46,40 \cdot 10^6 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 2,7 \cdot 10^{-6} \times 0,0072}{0,703 \cdot 10^9 \times 365,25 \times 24 \times 3600 \times 235 \cdot 10^{-3}}}_{^{235}_{92}\text{U}} \right) \\ & \times 6 \cdot 10^{23} \times \ln 2 \times 2,7 \cdot 10^3 \times 35 \cdot 10^3 \end{aligned}$$

	Surface (m ²)	Puissance totale (ce calcul) (TW)	Puissance surfacique moyenne (mW·m ⁻²)	
			(Davies 2010)	Ce calcul
Continent	2,073 · 10 ¹⁴	14,4	70,9	69,4
Océan	3,028 · 10 ¹⁴	3,8	105,4	12,7
Total	5,101 · 10 ¹⁴	18,2	91,6	29,1

TABLE D.4 – Estimation des puissances thermiques continentale et océanique par Davies & Davies (2010) et ce calcul.

Ou encore :

$$\frac{P^c}{S^c} = \left(\underbrace{\frac{1,33 \times 20900 \times 117 \cdot 10^{-6}}{1,25 \times 40}}_{\substack{^{40}_{19}\text{K}}} + \underbrace{\frac{47,76 \times 9,6}{14 \times 232}}_{\substack{^{232}_{90}\text{Th}}} + \underbrace{\frac{53,89 \times 2,7 \times 0,9927}{4,47 \times 238}}_{\substack{^{238}_{92}\text{U}}} + \underbrace{\frac{46,40 \times 2,7 \times 0,0072}{0,703 \times 235}}_{\substack{^{235}_{92}\text{U}}} \right) \times \frac{10^6 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 10^{-6}}{10^9 \times 365,25 \times 24 \times 3600 \cdot 10^{-3}} \times 6 \cdot 10^{23} \times \ln 2 \times 2,7 \cdot 10^3 \times 35 \cdot 10^3$$

Soit :

$$\frac{P^c}{S^c} = \left(\underbrace{0,065}_{\substack{^{40}_{19}\text{K}}} + \underbrace{0,141}_{\substack{^{232}_{90}\text{Th}}} + \underbrace{0,136}_{\substack{^{238}_{92}\text{U}}} + \underbrace{5,46 \cdot 10^{-3}}_{\substack{^{235}_{92}\text{U}}} \right) \times 0,2$$

Ce qui donne finalement :

$$\frac{P^c}{S^c} = 6,9 \cdot 10^{-2} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} = 69 \text{ MW} \cdot \text{m}^{-2}$$

À comparer avec un flux sur la croûte continentale mesuré de 71 mW·m⁻² (Davies & Davies 2010) (voir le tableau D.4). La différence obtenue avec Davies & Davies (2010), en particulier sur la croûte océanique provient des dorsales océaniques qui sont des lieux de diffusion efficaces de l'énergie thermique issue du manteau, autre que par la radioactivité. L'énergie thermique totale en surface issue des profondeurs terrestres est donc environ pour moitié due à la radioactivité et pour moitié due aux remontées de magma au niveau des dorsales.

On obtient ici une contribution relative des puissances surfaciques : 19 % pour le ⁴⁰₁₉K, 41 % pour le ²³²₉₀Th, 39 % pour le ²³⁸₉₂U et 2 % pour le ²³⁵₉₂U. Que l'on peut comparer aux valeurs plutôt admises⁴ qui sont respectivement : 15 %, 44 %, 39 % et 2 %.

D.4 Évolution temporelle

En résolvant l'équation différentielle (D.1), et en faisant la même hypothèse (raisonnable) d'isotopes se désintégrant en une seule fois, on obtient une décroissance exponentielle du nombre de noyaux radioactifs avec le temps :

$$N_i(t) = N_i^0 \exp\left(-\frac{\ln 2 \times t}{T_i}\right)$$

4. Voir par exemple : <https://planet-terre.ens-lyon.fr/article/chaleur-Terre-geothermie.xml>, https://en.wikipedia.org/wiki/Earth's_internal_heat_budget ou Turcotte & Schubert (2002), Arevalo *et al.* (2009).

Si on suppose que N_i^0 est le nombre de noyaux à l'époque actuelle, et que l'on souhaite donc remonter dans le temps, alors cette équation s'écrit :

$$N_i(t) = N_i^0 \exp\left(\frac{\ln 2 \times t}{T_i}\right)$$

où t varie de 4,543 Ga (l'âge de la Terre) à 0.

Compte tenu de l'équation (D.2), on en déduit l'évolution temporelle de la puissance mas-sique dans 1 kg de matériau (croûte ou manteau – c, o, m), c, o, m :

$$P_i^{1 \text{ kg}}(t) = \frac{E_i \times \ln 2 \times \mathcal{N} \times A_i^{c,o,m}}{T_i \times M_i} \times \exp\left(\frac{\ln 2 \times t}{T_i}\right)$$

Pour obtenir la puissance surfacique à travers l'une ou l'autre des couches considérées, il suffit de multiplier l'expression précédente par $\rho^{c,o,m} \times h^{c,o,m}$:

$$P_i^{1 \text{ m}^2}(t) = P_i^{1 \text{ kg}}(t) \times \rho^{c,o,m} \times h^{c,o,m}$$

Et pour obtenir la puissance totale due à l'isotope i :

$$P_i^{c,o,m}(t) = P_i^{1 \text{ kg}}(t) \times \rho^{c,o,m} \times h^{c,o,m} \times f^{c,o,m} \times 4\pi R^2$$

où $R = 6371$ km est le rayon de la Terre, et f est la fraction de surface terrestre considérée.

La figure D.2 montre la somme de ces fonctions pour les trois composantes : croûte continentale, croûte océanique et manteau supérieur.

Les puissances thermiques totales actuelles sont de : 4,8 TW pour le potassium 40 ; 10 TW pour le thorium 232 ; 9,4 TW pour l'uranium 238 et 0,4 TW pour l'uranium 235 (Arevalo *et al.* 2009).

D'après Preuss (2011), les puissances thermiques totales provenant de la radioactivité dans la croûte et le manteau seraient de 8 TW pour l'uranium 238, 8 TW pour le thorium 232 et 4 TW pour le potassium 40, ce qui est similaire à ce que l'on obtient.

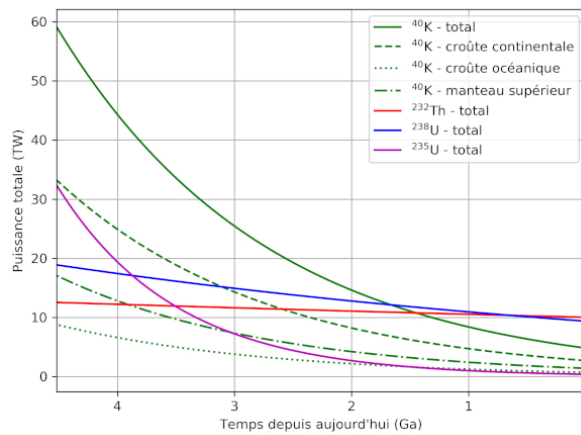


FIGURE D.2 – Puissance émise par la surface de la Terre due à la radioactivité des quatre principaux isotopes en fonction du temps. Pour chacun des isotopes, les contributions des croûtes continentales et océaniques et du manteau supérieur sont sommées. Leurs contributions pour le potassium 40 est ajoutée. Les valeurs nominales sont celles des paramètres décrits dans le texte.