



Guillaume BLANC  
& Camille Noûs

Physique et enjeux  
de société

[https://doi.org/10.53480/  
physique-societe.b046](https://doi.org/10.53480/physique-societe.b046)

Université Paris Cité

Publié sous licence  
Creative Commons CC BY

© Guillaume BLANC 2023



Ouvrage publié sous licence Creative Commons Attribution License CC BY (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>), qui autorise sans restrictions l'utilisation, la diffusion, et la reproduction sur quelque support que ce soit, sous réserve que la publication originale soit correctement citée : BLANC Guillaume & Noûs Camille, *Physique et enjeux de société* (Université Paris Cité, 2023). <https://doi.org/10.53480/physique-societe.b046>

La licence CC BY s'applique à l'ensemble de l'ouvrage sauf mentions contraires.

- La licence CC BY ne s'applique pas aux images reproduites avec la permission d'un tiers et soumises au droit d'auteur. Les images concernées sont identifiables par la mention en légende, du symbole © suivi de la désignation de l'ayant droit.
- Si une image est soumise à un autre régime de licence, celui-ci est mentionné en légende.

	CC BY-SA	<a href="https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/">https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/</a>
	CC BY-NC	<a href="https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/">https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/</a>
	CC BY-NC-ND	<a href="https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/">https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/</a>
	CC BY-NC-SA	<a href="https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/">https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/</a>
	CC0 (domaine public)	<a href="https://creativecommons.org/publicdomain/zero/1.0/">https://creativecommons.org/publicdomain/zero/1.0/</a>
	Licence Ouverte	<a href="https://www.etalab.gouv.fr/licence-ouverte-open-licence/">https://www.etalab.gouv.fr/licence-ouverte-open-licence/</a>

*Note de l'éditeur* : ce manuel comporte un ensemble d'hyperliens vers des pages de sites internet. Leur validité ainsi que l'accès aux informations correspondantes ont été contrôlés en date du 1er février 2023.

## Annexe C

# Rendement théorique d'une éolienne

BLANC Guillaume & NOÛS Camille, Rendement théorique d'une éolienne, in *Physique et enjeux de société* (Université Paris Cité, 2023). <https://doi.org/10.53480/physique-societe.7715e2>



L'énergie cinétique du vent est donnée par :

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\rho \times V \times v^2$$

où  $m$  est la masse d'air et  $v$  sa vitesse;  $\rho = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  est la masse volumique de l'air et  $V$  le volume correspondant à la masse  $m$ .

Cela suppose néanmoins que toute l'énergie de la masse d'air est prélevée par l'éolienne, et donc que la vitesse du vent est nulle derrière le rotor. Ce qui n'est pas possible pour la continuité de l'écoulement (conservation du flux de masse). Donc si la vitesse du vent est  $v_1$  en amont du rotor et  $v_2$  en aval, l'énergie cinétique prélevée vaut :

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}\rho \times V \times (v_2^2 - v_1^2)$$

La variation de puissance (cinétique) correspondante est :

$$\Delta P_c = \frac{1}{2}\rho \times S \times \frac{L}{\Delta t} \times (v_2^2 - v_1^2)$$

où  $S$  est la surface balayée par les pales de l'éolienne et  $L$  est la longueur du cylindre d'air qui passe par le rotor pendant  $\Delta t$ . Ce qui donne :

$$\Delta P_c = \frac{1}{2}\rho \times S \times v_{\text{moy}} \times (v_2^2 - v_1^2)$$

où  $v_{\text{moy}} = L/\Delta t$  est la vitesse moyenne du vent au niveau du rotor.

Déterminons la puissance absorbée par le rotor. La variation  $\Delta \vec{p}$  de la quantité de mouvement de l'air avant et après le rotor est :

$$\Delta \vec{p} = m \times (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)$$

Soit, d'après le principe fondamental de la dynamique, la force  $\vec{F}$  s'exerçant sur les pales du rotor, avec  $dm/dt = \rho \times S \times dL/dt = \rho \times S \times v_{\text{moy}}$  :

$$\frac{d\Delta \vec{p}}{dt} = \vec{F} = \rho \times S \times v_{\text{moy}} \times (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)$$

Donc la puissance mécanique perdue par le vent est :

$$P_{\text{perdue}} = \vec{F} \cdot \vec{v}_{\text{moy}} = \rho \times S \times v_{\text{moy}}^2 \times (v_1 - v_2)$$

en supposant que toutes les vitesses sont colinéaires. Cette puissance est égale à la différence de puissance cinétique du vent avant et après le rotor :

$$P_{\text{perdue}} = P_c^{\text{avant}} - P_c^{\text{après}} = -\Delta P_c$$

soit :

$$\rho \times S \times v_{\text{moy}}^2 \times (v_1 - v_2) = -\frac{1}{2} \rho \times S \times v_{\text{moy}} \times (v_2^2 - v_1^2)$$

On en déduit l'expression de  $v_{\text{moy}}$  :

$$v_{\text{moy}} = \frac{v_2 + v_1}{2}$$

La puissance absorbée par le rotor est égale à la puissance perdue par le vent :

$$P_{\text{rotor}} = P_{\text{perdue}} = \rho \times S \times v_{\text{moy}}^2 \times (v_1 - v_2) = \rho \times S \times \frac{(v_1 + v_2)^2}{4} \times (v_1 - v_2)$$

Cette puissance est maximale quand sa dérivée par rapport à la vitesse du vent en aval ( $v_2$ ) – qui est la variable ajustable, la vitesse incidente ( $v_1$ ) étant imposée – s'annule, soit :

$$2(v_1 + v_2)(v_1 - v_2) - (v_1 + v_2)^2 = 0$$

soit :

$$2(v_1 - v_2) - (v_1 + v_2) = 0$$

soit :

$$v_1 - 3v_2 = 0$$

soit encore :

$$v_2 = \frac{v_1}{3}$$

La puissance maximale récupérable par le rotor est donc :

$$P_{\text{rotor}}^{\text{max}} = \rho \times S \times \frac{1}{4} \left( \frac{4}{3} v_1 \right)^2 \times \frac{2}{3} v_1 = \frac{8}{27} \rho \times S \times v_1^3$$

La puissance cinétique incidente du vent est :

$$P_c^{\text{incidente}} = \frac{1}{2} \rho \times S \times v_1^3$$

donc :

$$P_{\text{rotor}}^{\text{max}} = \frac{16}{27} P_c^{\text{incidente}}$$

Il s'agit de la limite de Betz : il n'est pas possible de récupérer plus de  $16/27 \approx 0,6$  de la puissance cinétique incidente. Le rendement d'une éolienne ne peut donc théoriquement dépasser 60 %.

Pour plus de détails sur la physique des éoliennes, on pourra consulter Nifenecker (2014).